UNIDAD 1 FUNCIONES

EJERCICIOS RESUELTOS

1. Si $f(x)=\dfrac{2-x}{3x+1}$ el dominio de esta función son todos los números reales tales que $3x+1\neq 0$

Al despejar el valor de la variable en esta expresión, tenemos $x\neq -\frac{1}{3}$

Por lo tanto el dominio de la función es: $R-\left\{-\frac{1}{3}\right\}$

2. Si $f(x)=\dfrac{x+1}{x^2+7x-18}$ el dominio está dado por todos los números reales tales que $x^2+7x-18\neq 0$

Es decir $(x+9)(x-2)\neq 0$, por lo tanto $x+9\neq 0$ y $x-2\neq 0$

Lo que es equivalente a decir $x\neq -9$ y $x\neq 2$

Entonces, el dominio de la función es: $R-\{-9,2\}$

3. Si $f(x)=\dfrac{x-3}{-x^2+2x-4}$, el dominio lo forman todos los números reales tales que $-x^2+2x-4\neq 0$, pero como esta expresión es un polinomio irreductible (se puede verificar con el discriminante de la ecuación cuadrática) podemos afirmar que nunca se hace cero. Así que el dominio lo forman todos los números reales.

4. Si $f(x)=\sqrt{x^2-4}$, entonces su dominio serán todos los números reales tales que $x^2-4\geq 0$

Esta desigualdad se resuelve como ya se explicó en la primera parte:

$(x+2)(x-2)\geq 0$

$x+2$	$-$	$+$	$+$
$x-2$	$-$	$-$	$+$
		-2	2
	$(-\infty,-2)$	$(-2,2)$	$(2,\infty)$
	$+$	$-$	$+$

Por lo tanto, el dominio de la función es $(-\infty,-2]\cup[2,\infty)$

Para averiguar el rango, es suficiente con observar que la función $f(x)=\sqrt{x^2-4}$ nunca es negativa, por lo tanto el intervalo $[0,\infty)$ corresponde al rango de la función.

5. Si $f(x)=-\sqrt{x^2+3x+9}$, el dominio serán todos los números reales tales que $x^2+3x+9\geq 0$. Pero, como este es un polinomio cuadrático irreductible que siempre es positivo para cualquier valor de la variable (porque el coeficiente de x^2 es positivo), entonces el dominio corresponde a todo **R.**

Para determinar el rango, observemos que la función $f(x)=-\sqrt{x^2+3x+9}$ siempre es negativa, por lo que su rango corresponde al intervalo $(-\infty,0]$.

6. Si $f(x)=\sqrt{\dfrac{2x+5}{x-1}}$ el dominio lo forman todos los números reales tales que $\dfrac{2x+5}{x-1}\geq 0 \ \wedge \ x-1\neq 0$

Para determinar este dominio, resolvamos la desigualdad

$2x+5$	$-$	$+$	$+$
$x-1$	$-$	$-$	$+$
	$-\frac{5}{2}$	1	
	$\left(-\infty,-\frac{5}{2}\right)$	$\left(-\frac{5}{2},1\right)$	$(1,\infty)$
	$+$	$-$	$+$

El dominio de la función es $\left(-\infty,-\frac{5}{2}\right]\cup(1,\infty)$

7. La función $f(x)=\sqrt[3]{x+5}$ tiene por dominio todos los números reales

8. La función $f(x)=\sqrt[3]{\dfrac{x}{x+5}}$ tiene por dominio todos los números reales excepto el número -5, es decir $D=R-\{-5\}$

9. El dominio de la función definida por tramos $f(x)=\begin{cases} 5x-1 & si \ -2\leq x<0 \\ x & si \ \ 0\leq x<3 \\ 2-x & si \ \ x\geq 3 \end{cases}$

es la unión de los intervalos donde está definida, $D=[-2,0)\cup[0,3)\cup[3,\infty)$

es decir, $D=[-2,\infty)$

10. Para hallar el dominio de la función $f(x)=\begin{cases} \frac{2x}{x+3} & si \;\; x<0 \\ \sqrt{\frac{1}{x-1}} & si \;\; x>1 \end{cases}$ es importante observar que el primer tramo está definido para todos los números reales negativos excepto para -3 y el segundo tramo está definido para todos los números reales mayores que 1. Por tanto el dominio de esta función está dado por $D=(-\infty,-3)\cup(-3,0)\cup(1,\infty)$

11. En la función $f(x)=Log_2(2x-3)$ se debe cumplir que la cantidad $2x-3$ sea mayor que cero, o sea

$$2x-3>0$$

$$x>\frac{3}{2}$$

Por lo que el dominio es el intervalo $\left(\frac{3}{2},\infty\right)$

12. El dominio de la función $f(x)=Ln\left(\frac{x-3}{x}\right)$ lo forman todos los números reales tales que $\frac{x-3}{x}>0$, es decir $(-\infty,0)\cup(3,\infty)$ lo que es equivalente a tener $R-[0,3]$

13. El dominio de la función $f(x)=e^{x+1}$ es **R**

14. El dominio de la función $f(x)=e^{\frac{x}{x+2}}$ es **R-** {-2}, porque en x=2 el denominador del exponente se hace cero.