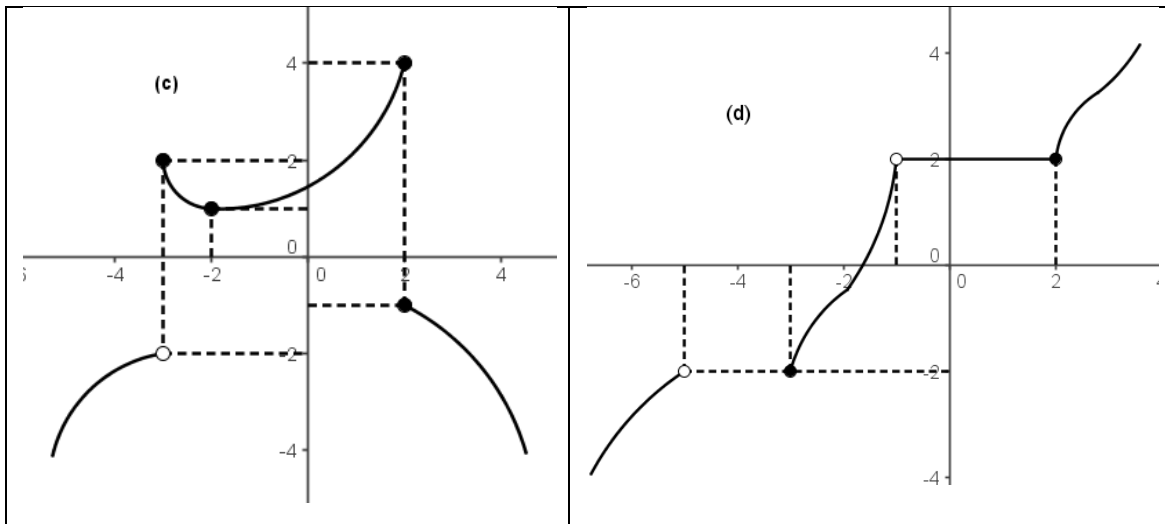
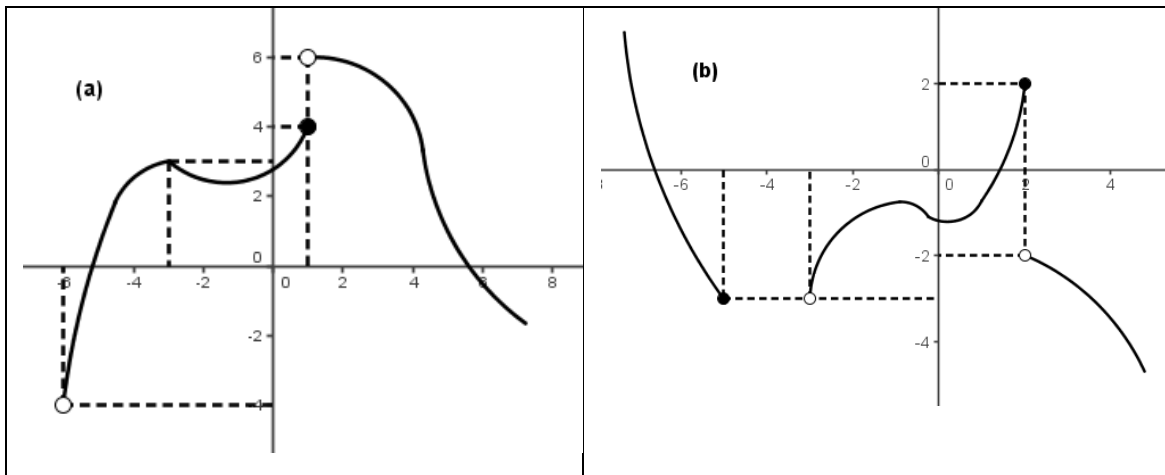


UNIDAD 1 FUNCIONES

EJERCICIOS PROPUESTOS

Dada la siguientes gráficas, indique el dominio y el rango. ¿Será relación o función? Si es función indique de que tipo.



Encuentre el dominio y el rango de la función dada.

1. $f(x) = 6 - 4x, -2 \leq x \leq 3. \quad \mathbf{R} / [-2, 3]; [-6, 14]$

2. $g(x) = \frac{2}{3x-5} \quad \mathbf{R} / \{x/x \neq 5/3\} = (-\infty, 5/3) \cup (5/3, \infty); \quad \{y/y \neq 0\}$

3. $h(x) = \sqrt{2x-5}$ R/ $(5/3, \infty); (0, \infty)$

4. $F(x) = \sqrt{1-x^2}$ R/ $\{x/|x| \leq 1\} = [-1, 1]; [0, 1]$

Encuentre el dominio de la función dada.

5. $f(x) = \frac{x+2}{x^2-1}$ R/ $\{x/x \neq \pm 1\} = (-\infty, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, \infty)$

6. $g(x) = \sqrt[4]{x^2-6x}$ R/ $\{x/x \leq 0 \text{ o } x \geq 6 = (-\infty, 0] \cup [6, \infty)\}$

7. $\varnothing(x) = \sqrt{\frac{x}{\pi-x}}$ R/ $[0, \pi)$

8. $f(t) = \sqrt[3]{t-1}$ R/ $(-\infty, \infty)$

Determine el dominio y trace la gráfica de la función dada.

<p>9. $f(x) = 2$</p> <p>10. $f(x) = x^2 + 2x - 1$</p> <p>11. $h(x) = \sqrt{4-x^2}$</p> <p>12. $H(x) = 2x$</p> <p>13. $f(x) = \begin{cases} x+1, & \text{si } x \neq 1 \\ 1, & \text{si } x=1 \end{cases}$</p> <p>14. $f(x) = \begin{cases} -1, & \text{si } x < -1 \\ x, & \text{si } -1 \leq x \leq 1 \\ 1, & \text{si } x > 1 \end{cases}$</p>	<p>15. $f(x) = 3 - 2x$</p> <p>16. $g(x) = x^4$</p> <p>17. $f(x) = x/ x$</p> <p>18. $f(x) = \begin{cases} 0, & \text{si } x < 2 \\ 1, & \text{si } x \geq 2 \end{cases}$</p> <p>19. $f(x) = \begin{cases} x+2, & \text{si } x \leq -1 \\ x^2, & \text{si } x > -1 \end{cases}$</p> <p>20. $f(x) = -x^2$</p>	<p>21. $g(x) = \sqrt{-x}$</p> <p>22. $G(x) = x + x$</p> <p>23. $f(x) = \begin{cases} x, & \text{si } x \leq 0 \\ x+1, & \text{si } x > 0 \end{cases}$</p> <p>24. $f(x) = \begin{cases} -1, & \text{si } x \leq -1 \\ 3x+2, & \text{si } x < 1 \\ 7-2x, & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$</p>
--	---	---

En cada uno de los ejercicios siguientes obtenga una fórmula para la función descrita y determine su dominio.

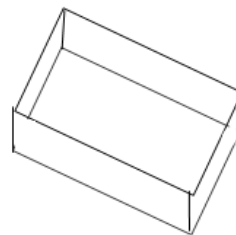
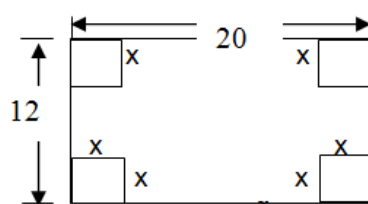
25. Un rectángulo tiene 20 m de perímetro. Exprese el área del rectángulo en función de la longitud de uno de sus lados. R/ $A(L) = 10L - L^2$; $0 < L < 10$

26. Exprese el área de un triángulo equilátero en función de la longitud de uno de los lados. R/ $A(x) = \frac{\sqrt{3}x^2}{4}$, $x > 0$

27. Una caja rectangular abierta con volumen de 2 m^3 tiene base cuadrada. Exprese el área de la superficie de la caja en función de la longitud de uno de los lados de la base. R/ $S(x) = x^2 + \frac{8}{x}$, $x > 0$

28. Con una hoja rectangular de cartón cuyas dimensiones son 12 pulg por 20 pulg, se van a construir una caja abierta recortando cuadrados iguales de lado x en cada una de las esquinas y luego doblando los bordes hacia arriba, como se ilustra en la figura. Exprese el volumen V de la caja en función de x .

$$R/ V(x) = 4x^3 - 64x^2 + 240x. \quad 0 < x < 6$$



29. Halle el dominio, grafique y halle el rango:

$$a. f(x) = \begin{cases} \sqrt{25-x^2}, & \text{si } -5 < x \leq 4 \\ x+10, & \text{si } x < -5 \\ 6, & \text{si } 4 < x < 6 \\ 2, & \text{si } x = 6 \\ x-10, & \text{si } x > 6 \end{cases}$$

$$b. g(x) = \begin{cases} \sqrt{x^2-25}, & \text{si } x < -5 \cup x \geq 5 \\ \sqrt{9-x^2}, & \text{si } -2 \leq x < 3 \\ 4, & \text{si } -5 < x < -3 \\ x^2-12, & \text{si } 3 < x < 5 \end{cases}$$

c. $h(x) = |x+5|$

d. $k(x) = |x-3| + 5$

e. $m(x) = \frac{|x-1|}{x^2-1} + 3x + 2; \quad \text{si } -5 < x < -2 \cup 2 \leq x \leq 5$

- 30.** Una empresa compró maquinaria nueva por \$50.000.000, se deprecia linealmente cada año un 10% de su costo original.
- Expresar el valor de la maquinaria en función de su antigüedad
 - Calcular el valor de la maquinaria después de 4 años
 - Bosqueje la gráfica del costo de la maquinaria en función del tiempo.
 - Cuando la maquinaria se deprecia totalmente.
- 31.** El costo de fabricar 10 bolsas de cartón al día es de \$2000, mientras que fabricar 15 bolsas del mismo tipo al día cuesta \$3000. Suponiendo que se trata de un modelo de costo lineal
- Expresar el costo de fabricar x bolsas de cartón diariamente, en función del número de bolsas.
 - Halle el costo de fabricar 82 bolsas de cartón al día.
- 32.** La temperatura medida en grados Fahrenheit ($^{\circ}\text{F}$) tiene un cambio constante en relación con la temperatura medida en grados Celsius ($^{\circ}\text{C}$). Si se sabe que 0°C son equivalentes a 32°F y 100°C son equivalentes a 212°F
- Hallar un modelo matemático que describa la relación entre $^{\circ}\text{F}$ y $^{\circ}\text{C}$.
 - Convertir -15°C a $^{\circ}\text{F}$
 - Convertir 68°F a $^{\circ}\text{C}$
- 33.** Un tanque contiene 50 litros de agua. A las 8:00 a.m. se abre una llave para llenarlo de tal forma que a la 1:00 p.m. hay en el tanque 1.250 litros de agua. Si se considera que la cantidad de agua que entra al tanque es constante y que la capacidad del tanque es de 2.000 litros,
- ¿Cuántos litros de agua entran al tanque cada hora?
 - Hallar el modelo matemático que represente la situación
- A partir del modelo matemático del numeral b., responder lo siguiente:
- ¿A qué horas hay en el tanque 1.875 litros de agua?
 - ¿Cuánta agua habrá en el tanque a las 11:30 a.m.?
 - ¿Cuándo quedará lleno el tanque?

34. Entre 1980 y 2008, un coleccionista de libros raros compra libros para su colección a una tasa constante por año si en 1980 tenía 420 libros en 2000 tenía 1220 libros. Determinar

- a) Una función que relacione el número de libros por año.
- b) Calcule la cantidad de libros que tenía el coleccionista en 1993
- c) En qué año tiene el coleccionista 1380 libros

35. Un tractor cuesta \$120.000 y cada año se devalúa 8% de su precio original.

- a) Encuentre una fórmula para el valor V de la maquina después de t años.
- b) Determine el valor del tractor a los 5 años de realizada la compra.
- c) ¿Cuándo se devalúa totalmente?

36. Una empresa de alquiler de lavadoras cobra \$2.500 por llevar y recoger la máquina, más \$1.300 por hora.

- a) Escriba la fórmula del costo total de la renta para t horas.
- b) Si usted dispone de \$7.000, por cuánto tiempo puede arrendar la lavadora.

37. La producción de café en el municipio de Andes creció linealmente durante los años 1980 a 1991. En el año 1982 fue de 200.000 cargas y en 1987 de 370.000.

- a) Escriba una ecuación que represente la producción de café durante el periodo en mención.
- b) Indique cuál fue la producción en los años 1980 y 1991.

38. El ingeniero de una planta de fabricación de sillas encontró que a la planta le cuesta 22 millones de pesos fabricar 110 sillas en un día y 48 millones de pesos fabricar 300 sillas diariamente. Expresé el costo de producción C como función del número x de sillas producidas (Suponga que la relación es lineal). Indique la pendiente de la función y explique qué significa.Cuál es el intercepto con el eje vertical y qué significado tiene en el contexto dado.

39. La tasa de inflación, anual, en México durante el periodo comprendido entre 2001 a 2009, está dada por la función: $I(t) = 3t^2 - 14t + 19$

Donde, t representa el número de años desde 2001.

- ¿En qué año la tasa de inflación será mínima?
- ¿Cuál es la tasa mínima de inflación?
- ¿Cuál es la tasa de inflación en 2005?

40. Un delfín toma impulso y salta por encima de la superficie del mar siguiendo la ecuación $y = -t^2 + 6t + 12$, donde y es la altura que alcanza cuando salta medida desde el nivel del mar (en metros) y t el tiempo empleado en segundos.

- ¿Cuánto tiempo tarda el delfín en alcanzar la altura máxima, sobre el nivel del mar?
- ¿Cuál es la altura máxima que alcanza el delfín sobre el nivel del mar?

41. Un objeto es lanzado verticalmente hacia arriba con una velocidad inicial de 20 metros por segundo. La distancia s , en metros, del objeto al suelo después de t segundos, está dada por la ecuación $s(t) = -4.9t^2 + 20t$ ¿Cuál es la altura máxima y cuándo la alcanza?

42. Durante el festival de cine de Cartagena la asistencia, en un día cualquiera, a las funciones, en cierto teatro, estuvo representada por el modelo $A(t) = -2t^2 + 16t + 50$, donde $A(t)$ representa el número de personas asistentes al teatro y t el tiempo transcurrido (en horas), a partir de las 11:00 a.m., hora en que abrió el teatro. De acuerdo a esta información, determinar

- ¿Cuántas personas habían en el teatro a las 11:00 a.m?
- ¿Cuál fue la asistencia máxima al teatro en ese día?
- ¿A qué hora se presentó la máxima asistencia?

43. La efectividad de un comercial de televisión depende de cuántas veces lo vea un televidente. Después de algunos experimentos una agencia de publicidad encuentra que si la efectividad E se mide en una escala de uno a diez, entonces, $E(n) = \frac{2}{3}n - \frac{1}{90}n^2$, donde n es el número de veces que un

televidente ve un determinado comercial. Para que un comercial tenga efectividad máxima, ¿cuántas veces lo debe ver un televidente?

44. Juan tiene una venta de obleas en el Parque de Bolívar, realizando un estudio sobre el comportamiento de sus ganancias con la cantidad de obleas vendidas, se dio cuenta que sus ganancias seguían el siguiente modelo:

$$G(x) = -\frac{x^2}{2} + 60x - 600$$

Donde x representa el número de obleas vendidas y $G(x)$ las ganancias, de acuerdo con la información indique:

- ¿Cuál es la ganancia máxima que Juan puede obtener?
- ¿Cuántas obleas debe vender para tener la ganancia máxima?
- ¿Cuántas obleas debe vender para librar la inversión y no tener pérdidas?

45. Simón vende confites en la universidad, realizando un estudio sobre el comportamiento de sus ganancias, se dio cuenta que sus ganancias seguían el siguiente modelo:

$$G(x) = -\frac{x^2}{4} + 16x - 60$$

Donde x representa la cantidad de confites vendidos y $G(x)$ las ganancias, de acuerdo con la información indique:

- ¿Cuál es la ganancia máxima que Simón puede obtener?
- ¿Cuántas confites debe vender para tener la ganancia máxima?
- ¿Cuántos confites debe vender para librar la inversión y no tener pérdidas?

46. Un modelo para determinar el número $N(t)$ de personas del ITM que han escuchado cierto rumor t días después es $N(t) = 5(1 + e^{rt})$, si a los 3 días el rumor lo conocen 150 personas, determinar

- ¿Cuántas personas han escuchado el rumor 10 días después?
- ¿Cuál es el tiempo necesario para que el rumor lo conozcan 15000 personas?

c) ¿Cuántas personas comenzaron el rumor?

d) Si el I.T.M. tiene 27000 estudiantes, ¿Cuándo conocieron todos el rumor?

47. Un lago contiene cierta especie de pez. La población de peces t años después de colocarlos en el lago se modela mediante la función $P(t) = \frac{10}{1-4e^{kt}}$, 3 años después se contaron 20 peces, determinar

a) ¿Cuántos peces hay en lago 8 años después?

b) ¿Cuántos peces hay en lago 7 años después?

c) ¿Cuántos peces hay en lago 6 años después?

d) ¿Cuándo se estabiliza el número de peces en lago?, y ¿cuánto es ese número

de peces?

48. El número N de bacterias en un cultivo crece de tal forma que matemáticamente su modelo es: $N(t) = 100 + e^{2t}$. Determine el número de bacterias depositadas inicialmente, justo antes de que comenzaran a reproducirse. ¿Cuántas horas deberán transcurrir para que el número de bacterias sea de 1500?

49. Se puede demostrar que la velocidad V de descenso de un paracaidista en un tiempo t después del lanzamiento se puede calcular como: $V(t) = 80(1 - e^{-0.2t})$ Donde t está dada en segundos y la velocidad en pies/seg.



a) A los 10 segundos del lanzamiento qué velocidad lleva el paracaidista?

b) En qué momento tiene una velocidad aproximada de 26.37 pies/seg?

50. Con los datos del censo de Colombia del siglo XX, la población de Bogotá puede modelarse mediante

$$P(t) = \frac{19.875}{1 + 57.993e^{-0.03500t}}$$

Donde P es la población en millones y t es el número de años desde 1800. Con base es este modelo:

- ¿Cuál será la población en 2010?
- ¿En qué año la población será de 15 millones?

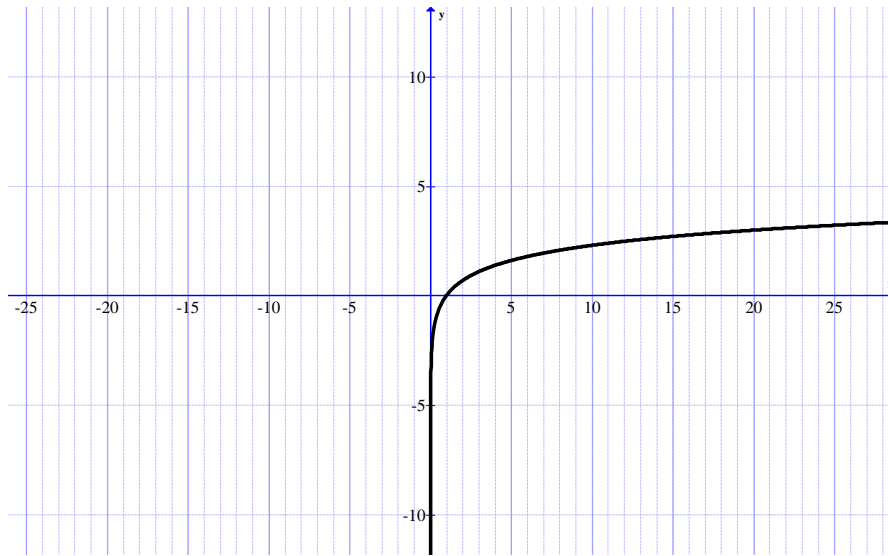
51. A medida que un obrero adquiere más experiencia en su trabajo, la producción diaria aumenta hasta alcanzar una máxima. Supóngase que el n-ésimo día de trabajo, el número $f(n)$ de artículos producidos se calcula mediante el modelo $f(n) = 3 + 20(1 - e^{-0.1n})$

- ¿Cuál es el número de artículos producidos el día quinto?
- ¿A los cuántos días produce el obrero 22 artículos?

52. En un laboratorio de Biotecnología se tiene un cultivo de bacterias en un fermentador durante 4 horas. La población de bacterias crece rápidamente con el paso del tiempo. La función que relaciona la cantidad de bacterias y el tiempo t transcurrido en horas $C(t) = 25e^t$

- Determine en cuanto se incrementa la población en 3 horas
- ¿Cuándo habrá una población de 1000 bacterias?

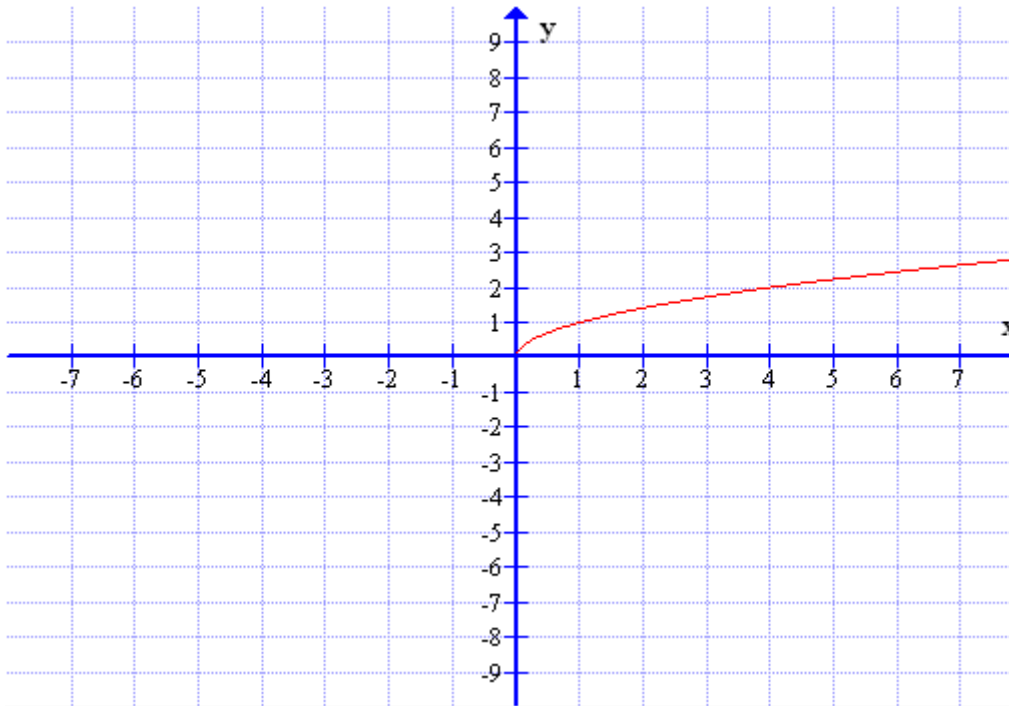
53. Utilizar la gráfica de $y = \ln x$ dada a continuación, para realizar la gráfica de $y = 5 + \ln(x + 10)$ Mediante transformaciones de funciones, en el mismo plano.



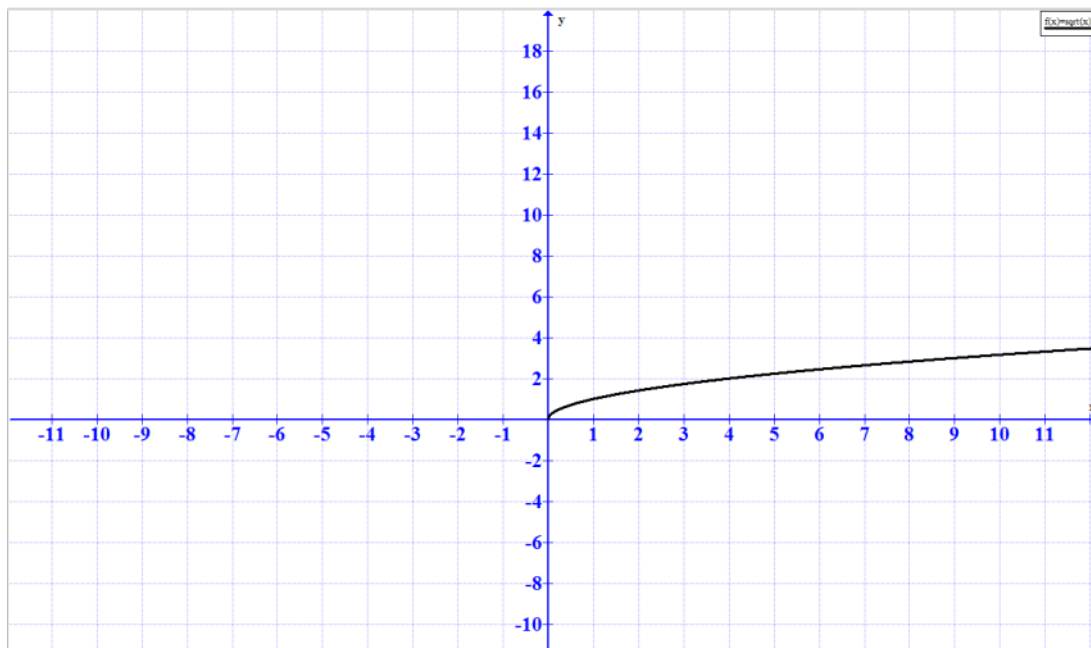
54. Utilizar la gráfica de $y = \ln x$ dada a continuación, para realizar la grafica de $y = -\ln x + 1$, mediante transformaciones de funciones, en el mismo plano.



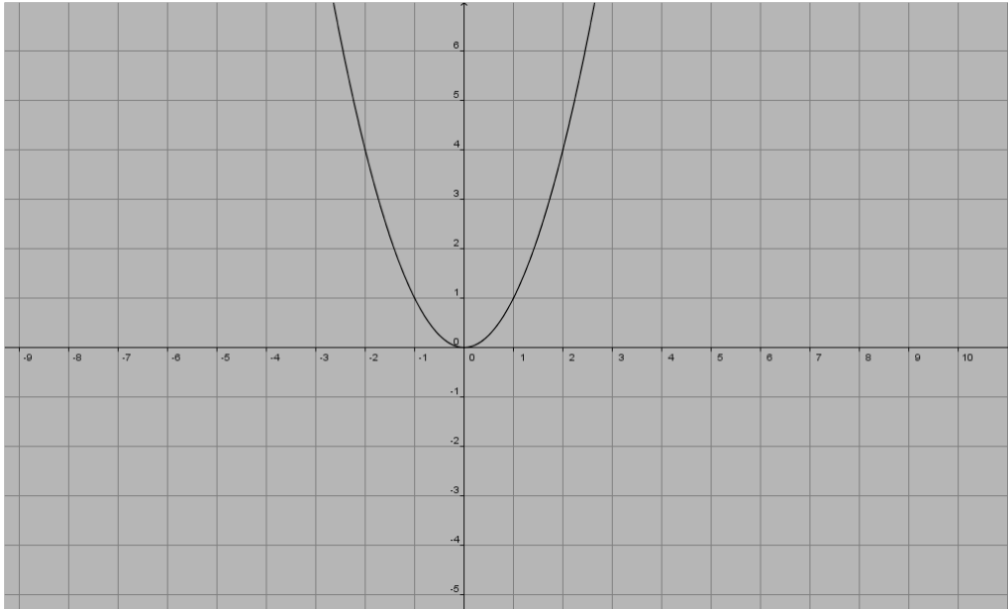
55. Utilizar la gráfica de $y = \sqrt{x}$ y las transformaciones de funciones para realizar el gráfico de $y = \sqrt{x+3} - 1$



56. Utilizar la gráfica de $y = \sqrt{x}$ dada a continuación, para realizar la grafica de $y = \sqrt{3-x} + 2$, mediante transformaciones de funciones, en el mismo plano.

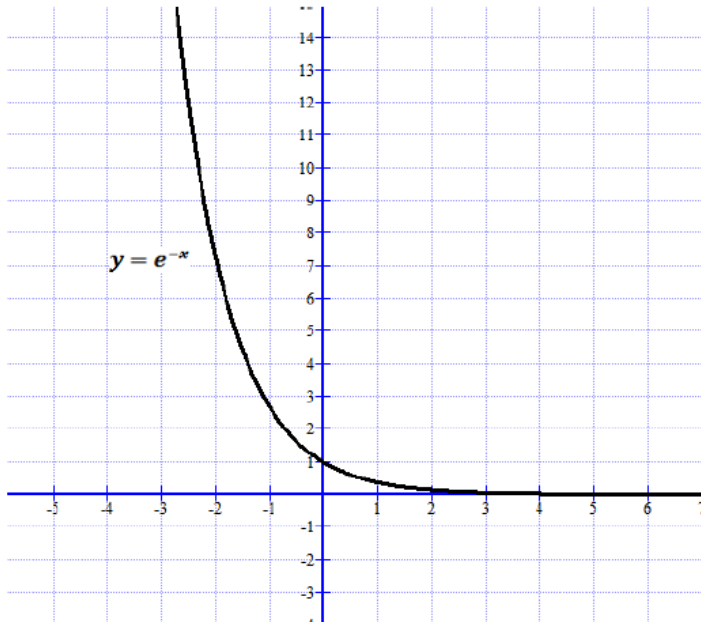


57. **Explique** los tipos de transformaciones que deben realizarse a partir de la función $y = x^2$ para obtener la función $y = 5 - (x + 3)^2$. **Bosqueje** esta última.



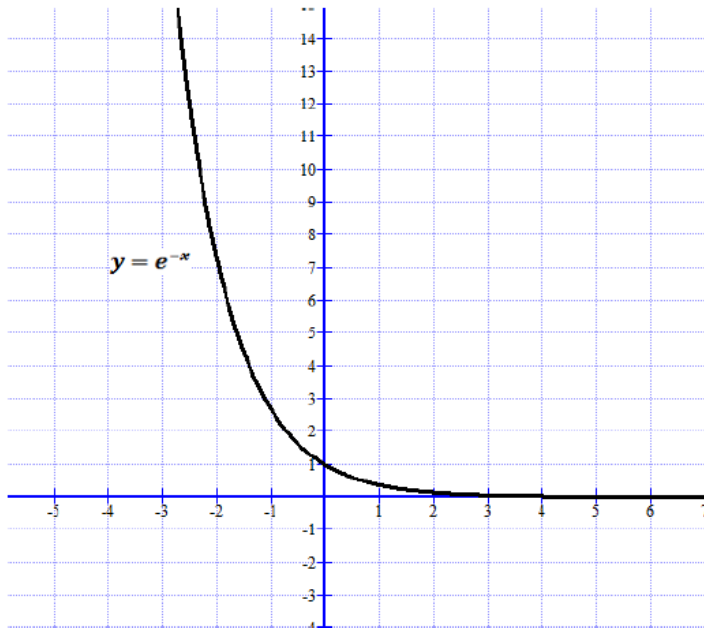
58.

IV. Utilizar la grafica de $y = e^{-x}$ dada a continuación, para realizar la grafica de $y = e^{-x-2} - 3$ mediante transformaciones de funciones, en el mismo plano.

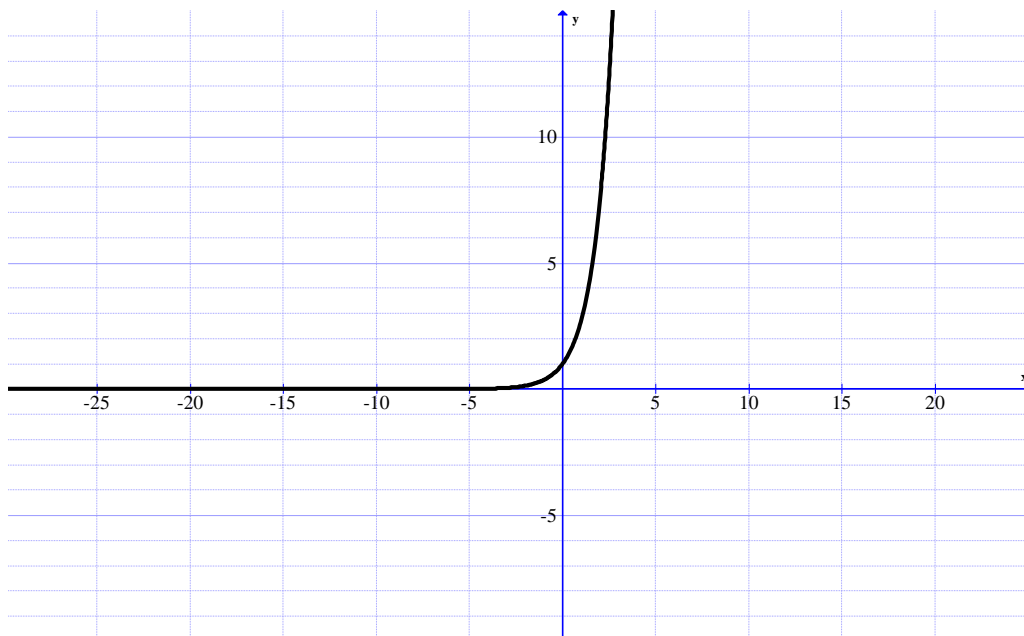


59.

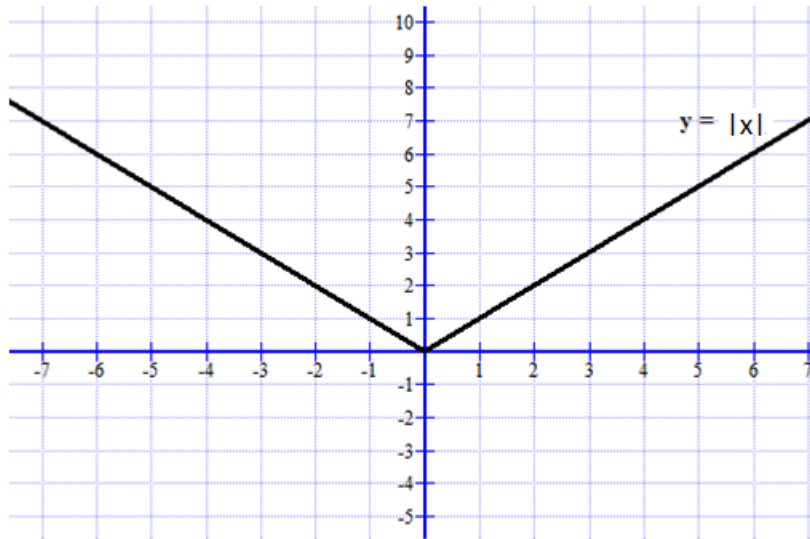
IV. Utilizar la grafica de $y = e^{-x}$ dada a continuación, para realizar la grafica de $y = e^{x-2} - 1$ mediante transformaciones de funciones, en el mismo plano.



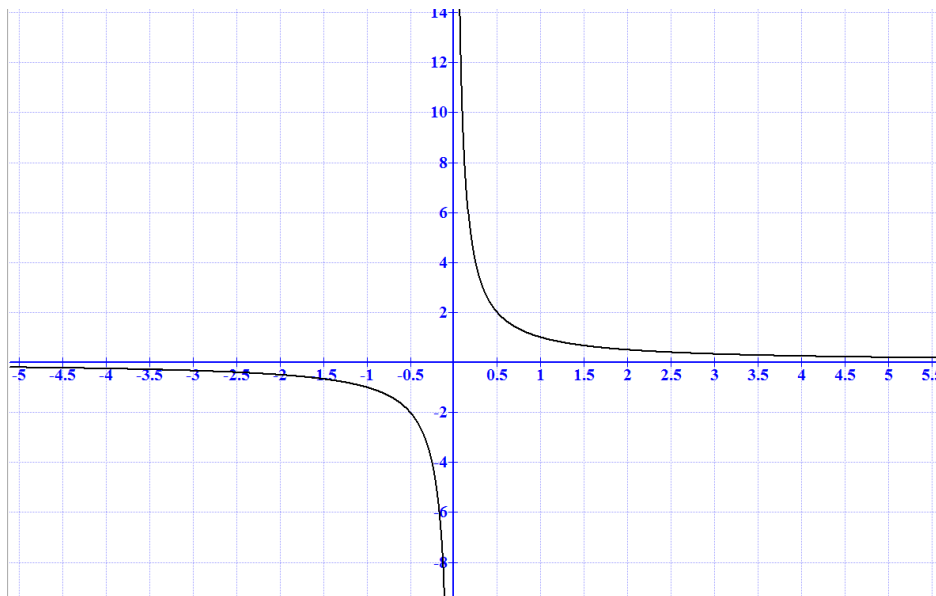
60. Utilizar la gráfica de $y = e^x$ dada a continuación, para realizar la gráfica de $y = 5 - e^{x+5}$ mediante transformaciones de funciones, en el mismo plano.



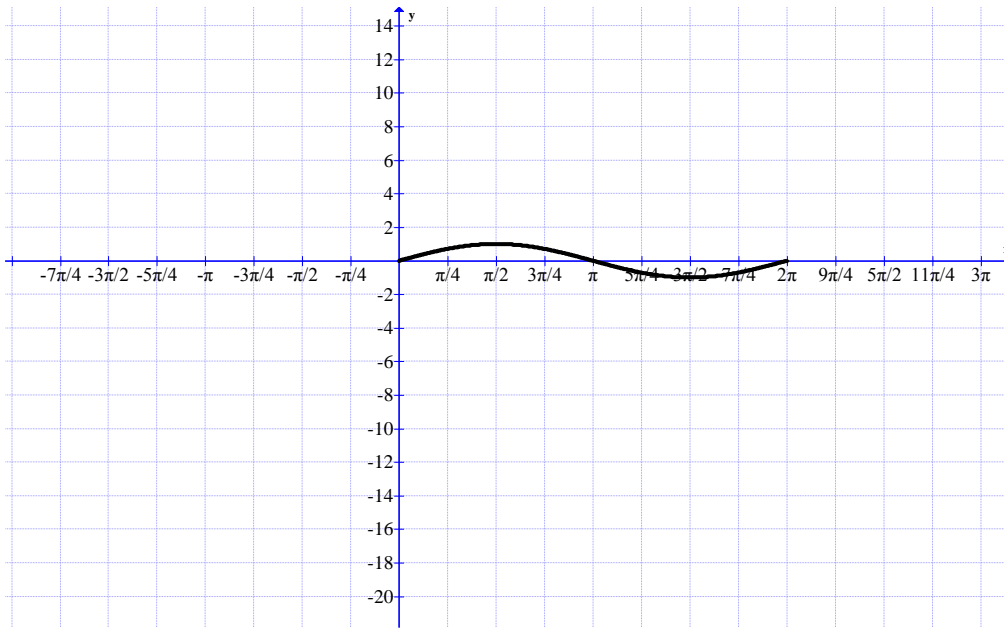
61. Utilizar la gráfica de $y = |x|$ dada a continuación, para realizar la grafica de $y = |x - 3| + 2$, mediante transformaciones de funciones, en el mismo plano.



62. Utilizar la gráfica de $y = 1/x$ dada a continuación, para realizar la gráfica de $y = \frac{1}{x-2} + 3$ mediante transformaciones de funciones, en el mismo plano.



63. Utilizar la gráfica de $y = \sin x$ dada a continuación, para realizar la gráfica de $y = 2 \sin \left(2x - \frac{\pi}{2} \right)$ mediante transformaciones de funciones, en el mismo plano.



64. Utilizar la gráfica de $y = \cos x$ dada a continuación, para realizar la gráfica de $y = 3 \cos \left(2x - \frac{\pi}{4} \right)$ mediante transformaciones de funciones, en el mismo plano.

